مبادئ الإحصاء الوصفي

السنة : الأولى　　　　قسم : التربية الموسيقية و اقتصاد منزلى

تعريف الإحصاء :

يهتم الإحصاء بالدرجة الأولى فى عمليات جمع البيانات الرقمية حول خصائص الأشياء والعمل على تلخيصها وتحليلها وتفسيرها بهدف الوصول إلى قرارات أو نتائج معينة حول المجتمع الإحصائي الذى تم أخذ البيانات الإحصائية منه .

فعلم الإحصاء هو علم البيانات والذى يتضمن مجموعة واسعة من المبادئ والأساليب التي يمكن بواسطتها تلخيص البيانات فى صيغ رقمية على نحو يسهل عملية معالجتها للوصول إلى أحكام محددة .

وعليه فإن الإحصاء هو علم البيانات الذى يتضمن عمليات جمع وتلخيص وتنظيم وتحليل وتفسير البيانات بهدف الوصول إلى أحكام معينة .

مثال ذلك : هدف الباحث ، هو الكشف عن قلق الامتحان عند مجموعة الطلبة فى مساق معين ، فإن مجموعة الإجراءات المستخدمة فى تحديد مستوى القلق عند مجموعة الطلبة هي الإحصاء .

الأساليب الإحصائية :

يمكن تقسيم الأساليب الإحصائية إلى مجموعتين اعتماداً على الهدف الذى من اجله تستخدم ، ومن هذه الأساليب الآتي :

أولاً :أساليب الإحصاء الوصفي :

يستخدم الإحصاء الوصفي عندما يكون الهدف الأساسي هو وصف البيانات الإحصائية المأخوذة من مجتمع ما ، ويتم تلخيص وتبويب هذه البيانات فى جداول تكرارية أو رسمها فى أشكال بيانية معينة والعمل على حساب بعض الإحصائيات كالمتوسط والوسيط والمنوال والنسب المئوية وغيرها ، وهكذا فالإحصاء الوصفي هو ذلك الفرع الذى يهتم بعمليات جمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها بهدف تقديم أوصاف محددة حول هذه البيانات .

ثانياً : أساليب الإحصاء الاستدلالي :

يستخدم الإحصاء الاستدلالي مجموعة من الأساليب التي تمكنه من عمل بعض الاستنتاجات والاستدلالات حول خصائص مجتمع معين من خلال استخدام عينة جزئية من ذلك المجتمع ، وهكذا فان أساليب الإحصاء الاستدلالي تعتمد على الأسلوب العيني فى اخذ مجموعة صغيرة من مجتمع معين ودراسة خصائص هذه المجموعة بهدف إصدار تعميمات حول المجتمع الذى اخذ منه هذه العينة .

وعليه فالإحصاء الاستدلالي هو ذلك الفرع الذى يهتم بدراسة خصائص عينة جزئية من البيانات من اجل عمل بعض الاستدلالات حول خصائص المجتمع الكلى الذى أخذت منه تلك العينة .

المتغير والثابت :

تشير البيانات الإحصائية التي يقوم بها الإحصائي بجمعها إلى مقدار ما فى الشيء أو الفرد من خاصية ، فإذا اختلفت هذه الخاصية عند أفراد مجموعة معينة كماً أو نوعاً نقول بأن هذه الخاصية هي المتغير ، أما إذا كان الأفراد متساويين كماً أو متشابهين نوعاً بالنسبة لخاصية معينة فإن هذه الخاصية هي الثابت .

مثال ذلك : خاصية تحصيل الطلبة فى مساق معين فى مرحلة دراسية أو مستوى أكاديمي هي المتغير ، أما الثابت هو المرحلة الدراسية أو المستوى الأكاديمي .

المتغيرات الكمية والمتغيرات النوعية :

يرتكز هذا التصنيف على مدلول القيمة الممثلة للخاصية المقاسه ، فإذا كانت هذه القيمة تشير إلى مقدار ما فى الفرد من خاصية مقارناً بأفراد مجموعته فإن هذه القيمة تحمل معنى كمياً وأن المتغير متغير كمي ، وإذا كانت القيمة لا تعبر عن مقدار الخاصية عند فرد معين وإنما إلى فئة أو مجموعة ، مثل : الجنس ، المرحلة الدراسية ، المستوى الأكاديمي ، فإن هذه المتغيرات هي متغيرات نوعية .

كما تصنف المتغيرات الكمية إلى متغيرات كمية متصلة ، ومتغيرات كمية منفصلة ، المتغير الكمي المتصل هو المتغير الذى يأخذ أي قيمة فى مدى معين كمتغير التحصيل الدراسي ، أما المتغير الكمي المنفصل فهو المتغير الذى يأخذ قيم محددة ، كعدد الطلبة فى الأقسام المختلفة للمساق الواحد أو عدد أفراد الأسرة .

المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة :

تصنف المتغيرات هنا على أساس وجود علاقة بين متغيرين ، هذه العلاقة تمكن الباحث من التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين (المتغير التابع) من معرفته لقيمة المتغير الآخر ، وهو المتغير المستقل ، ويخضع المتغير المستقل لسيطرة الباحث ، فإذا أراد الباحث أن يبحث عن أثر ساعات الدراسة على تحصيل الطلاب فى مساق معين ، فساعات الدراسة هنا متغير مستقل والتحصيل متغير تابع ، وهكذا يتوقع الباحث وجود تغير فى التحصيل بتغير عدد ساعات الدراسة .

المتغيرات الاسمية :

وهى المتغيرات التي لا يمكن التعبير عنها بمقادير كمية كدلالة على مدى امتلاكها لسمة ما ، ومن هذه المتغيرات : الجنس ، المهنة ، التخصص ، فصيلة الدم ، الرقم الوطني ، الرقم الجامعي ، فالأرقام التي تعطى لهذه المتغيرات الهدف منها تصنيف هذه المتغيرات مثل : ذكر (١) ، أنثى (٢)
الحالة الاجتماعية : أعزب (١) ، متزوج (٢) ، أرمل (٣) ، مطلق (٤) .

متغيرات الرتب :

وهى تقع على مستوى قياس أعلى من المتغيرات الاسمية ، وذلك لأن الأرقام التي تعطى لها تعكس درجات الأفضلية بينها ، الأمر الذى يساعد فى ترتيبها تنازلياً أو تصاعدياً ،

مثال ذلك : مستوى الدخل : مرتفع (١) ، متوسط (٢) ، منخفض (٣) ، الرتب العسكرية : عميد ، عقيد ، مقدم ، رائد ، نقيب .

وعليه فإن الأرقام التي تعطى للمتغيرات ، الهدف تصنيفها وترتيبها حسب درجة امتلاكها لسمة معينة فى الوقت الذى لا تعكس الأرقام الفروق الكمية الحقيقية بين هذه المتغيرات .

المتغيرات الفئوية :

وهى المتغيرات التي تقاس حسب مقياس فئوي ، حيث أن الأرقام التي تعطى لهذه المتغيرات تعكس معاني كمية من حيث امتلاكها لسمة ما ، وهذه المتغيرات ارقي من المتغيرات السابقة ، حيث تمكن من المقارنة بين الأرقام وهذا يعنى أن المسافات التي تفصل بين الأرقام متساوية بحيث تسمح لنا بإمكانية تحديد الفروق بين المتغيرات وإجراء العمليات الحسابية .

مثال ذلك : إذا كانت علاقات أربع طلاب على امتحان هي : ٤٥ – ٥٠ – ٦٠ – ٦٥ ، فعندها يمكن القول أن الفرق بين (٤٥ – ٥٠) مساوي للفرق بين (٦٠ – ٦٥) أي أن هذا الفرق مساوي لخمس وحدات قياس.

ونظرا لوجود وحدة قياس ثابتة فى حالة هذه المتغيرات فهذا يعنى توافر وجود خاصية الصفر الافتراضي ، حيث يعتبر الصفر قيمة يأخذها المتغير ، فالصفر فى هذا المقياس لا يعنى عدم وجود السمة .

مثال ذلك : التحصيل الدراسي ، الذكاء ، القلق ، الاكتئاب ، الدافعية .

المتغيرات النسبية :

وهى مجموعة المتغيرات التي تعكس معاني كمية حسب مقياس نسبى فى وجود صفر حقيقي (الصفر المطلق) ، والذى يعنى انعدام وجود السمة أو غيابها ، وهذا الأمر يمكن من إجراء جميع العمليات الحسابية على هذه المتغيرات ، حيث يمكن القول أن متغير ما يساوى ضعف متغير آخر أو يقل عنه بمعدل النصف .

مثال ذلك : الطول ، الوزن ، المسافة ، الدخل الشهري .

التوزيعات التكرارية :

أولاً : التكرار البسيط : ترجع تسميته إلى انه يقوم فى جوهره على حساب مرات تكرار الإعداد ، بهدف تبسيط العمليات الإحصائية ، وذلك بتبويبها فى صورة مناسبة تيسر إجراءها بسرعة ودقة ، أيضا بهدف إعادة صياغة البيانات العددية صياغة علمية توضح أهم مميزاتها الرئيسية .

مثال ذلك جدول رقم (1) يوضح أجور مجموعة من العمال بإحدى الشركات عددهم (10 عمال):

جدول (1)

الدرجة = س	التكرار = ك
20	1
21	3
22	5
23	1
المجموع = مج	10

ثانياً : العلامات التكرارية :

عندما تزداد الأعداد ، فإن الفرد يجد صعوبة ومشقة ، ولذلك نلجأ إلى طريقة العلامات التكرارية ، حيث تعتمد على كتابة خط مائل أمام العدد فى كل مره يتكرر فيها ، وعندما يبلغ عدد هذه الخطوط خمسة فإننا نكتب الخط الخامس فى عكس ميل الخطوط الأربعة الأولى حيث يتقاطع معها جميعاً ويحولها بذلك إلى حزمة خماسية من الخطوط المائلة ليسهل بعد ذلك رصدها .

مثال ذلك جدول رقم (2) يوضح أجور مجموعة من العمال بإحدى الشركات عددهم (10 عمال):

جدول (2)

س	ك	العلامات التكرارية = ع ك
20	1	/
21	3	///
22	5	////
23	1	/
مج	10	

ثالثاً : الفئات التكرارية ومداها :

عندما يقل عدد الفئات عن القدر المناسب له فإنه يحجب بعض خواص التوزيع وخاصة الاختلافات الشديدة القائمة بين تكرار فئة والفئة التي بعدها ، أي تذبذب الفئات فى علوها وانخفاضها .

وعندما يزداد عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فإنه قد يعوق تنسيق التوزيع بحيث يدل على الصفات الرئيسية للتوزيع أكثر مما يدل على الصفات الفرعية لكل فئتين متتاليتين .

ويرتبط عدد الفئات ارتباطاً مباشراً بمدى كل فئة ، فعندما يزداد عدد الفئات فى أي توزيع تكراري فإن مدى الفئة يقل تبعا لذلك ، وعندما يقل عدد الفئات لنفس التوزيع التكراري السابق فإن مدى الفئة يزداد تبعا

لذلك ، وبناء على ما سبق ، فإن المدى المناسب للفئات لا يخرج عن القيم التالية (2 – 3 – 5 – 10 – 20) .

ويحسب مدى كل فئة وعدد الفئات كالتالي :

– يحسب المدى الكلى لجميع درجات التوزيع وذلك بطرح اصغر درجة من اكبر درجة ، ثم إضافة الواحد الصحيح إلى ناتج عملية الطرح .

المدة الكلى للتوزيع = (اصغر درجة – اكبر درجة) + 1

– يستخرج عدد الفئات بقسمة المدى الكلى على المدى المناسب لكل فئة .

مثال ذلك جدول رقم (3) يوضح درجات خمسين طالباً فى اختبار الذكاء اللفظي .

جدول (3)

ف	ك
18 – 14	4
23 – 19	8
28 – 24	14
33 – 29	13
38 – 34	9
43 – 39	2
مج	50

رابعاً : منتصف الفئة :

عندما تجمع الدرجات فى فئات ونسجل أمام كل فئة تكرارها فإننا بهذه الطريقة نحجب تكرار كل درجة مؤكدين بذلك تكرار الفئة متجاوزين عن الدقة التي كانت موجودة فى حسابنا لتكرار كل درجة .

وبناء على ما سبق ، لا نستطيع إجراء العمليات التي تتطلب مثلاً ضرب الدرجة فى التكرار لحساب المتوسط ، كما يصعب علينا أيضا تمثيل أي توزيع تكراري ببعض الرسوم البيانية ، ولهذا نحسب منتصف الفئة ونتخذ من هذا المنتصف ملخصاً للفئة يمثلها ويعبر عنها ليسهل علينا بعد ذلك إجراء العمليات الحسابية المختلفة .

ويحسب منتصف الفئة كما يلي :

$$\text{منتصف الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة الأولى + الحد الأدنى للفئة الثانية}}{2}$$

مثال ذلك جدول رقم (4) يوضح منتصف الفئات لدرجات خمسين طالباً فى اختبار الذكاء اللفظي.

جدول (4)

ف	ك	ص
18 - 14	4	16,5
23 - 19	8	21,5
28 - 24	14	26,5
33 - 29	13	31,5
38 - 34	9	36,5
43 - 39	2	41,5
مج	50	

خامساً التكرار النسبي :

لا يكتفي الباحث فى وصفه لظاهرة من الظواهر بما توصل إليه من توزيعه للقيم العددية فى الجدول التكراري ، بل يحتاج إلى جانب ذلك أن يعرف نسبة كل تكرار مقابل لكل فئة إلى التكرار الكلى .

ويحسب التكرار النسبي كما يلي :

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

سادساً : التكرار المئوي :

إلى جانب التكرار النسبي يحتاج الباحث إلى معرفة التكرار المئوي أي النسبة المئوية لكل تكرار مقابل لكل فئة من الفئات المختلفة .

ويحسب التكرار المئوي كما يلى :

$$\text{التكرار المئوي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 100$$

سابعاً : التكرار المتجمع الصاعد :

يهدف التكرار المتجمع إلى معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجة ما معينة أو تزيد عليها ، فإذا أردنا أن نعلم عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات اقل من مستوى معين فإننا نتبع التكرار

المتجمع الصاعد ، أما إذا أردنا معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد عن درجة ما فإننا نتبع التكرار المتجمع النازل .

وتتلخص الخطوات التي تتبع فى حساب التكرار المتجمع الصاعد فيما يلي :

- يكتب تكرار الدرجة الأولى أمامها .
- يجمع هذا التكرار على تكرار الدرجة الثانية ويكتب المجموع أمام الدرجة الثانية .
- يجمع الناتج السابق على تكرار الدرجة الثالثة ويكتب هذا المجموع أمام الدرجة الثالثة .

وهكذا تستمر عمليات الجمع حتى نصل إلى نهاية الدرجات ، وتتلخص المراجعة الحسابية لهذه العمليات فى مقارنة مجموع التكرار الأصلي بالتكرار المتجمع الأخير الذى كتب أمام الدرجة الأخيرة ، فإذا تساوى المجموعان دل ذلك على أن العمليات الحسابية صحيحة .

مثال ذلك جدول رقم (5) يوضح التكرار المتجمع الصاعد لدرجات خمسين طالباً فى اختبار الذكاء اللفظي .

جدول (5)

ف	ك	تكرار صاعد
18 - 14	4	4
23 - 19	8	12
28 - 24	14	26
33 - 29	13	39
38 - 34	9	48
43 - 39	2	50
مج	50	

ثامناً : التكرار المتجمع النازل :

رأينا فى الكلام عن التكرار المتجمع الصاعد كيفية الاستفادة منه فى البحوث المختلفة وتتركز تلك الاستفادة فى معرفة عدد أو نسبة الأفراد الذين تقل درجاتهم عن حد معين ، ويحتاج الباحث بالإضافة إلى ذلك معرفة عدد أو نسبة الأفراد الذين تزيد درجاتهم عن حد معين ويكون ذلك من خلال التكرار المتجمع النازل ، وفى هذه الحالة تتحدد خطواته فيما يلي :

- نبدأ من الدرجة الأخيرة فيكون التكرار المتجمع النازل للدرجة الأخيرة هو نفس التكرار الأصلي لهذه الدرجة، والتكرار المتجمع للدرجة التي بعدها يكون بإضافة التكرار المتجمع النازل للدرجة السابقة إلى التكرار الأصلي لهذه الدرجة ، وهكذا باقي الدرجات أو الفئات .

مثال ذلك جدول رقم (6) يوضح التكرار المتجمع النازل لدرجات خمسين طالباً فى اختبار الذكاء اللفظي .

جدول (6)

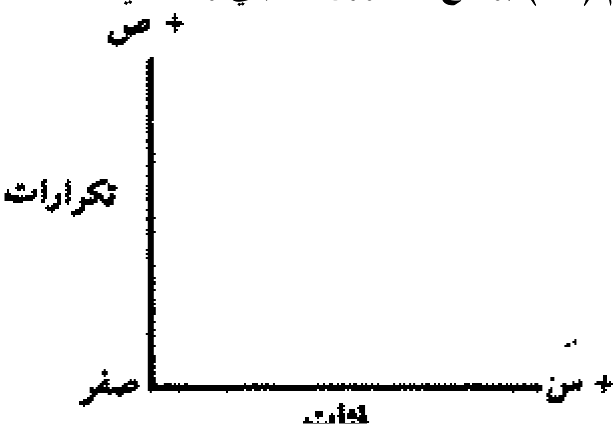
ف	ك	تكرار نازل
18 - 14	4	50
23 - 19	8	46
28 - 24	14	38
33 - 29	13	24
38 - 34	9	11
43 - 39	2	2
مج	50	

تاسعاً : توضيح المعلومات بالرسم :

نجد أن الباحث لا يكتفي بعرض المعلومات التي جمعها عن الظاهرة التي قام بدراستها فى جدول تكراري بل يقوم بتوضيح المعلومات باستخدام أسلوب آخر من أساليب التوضيح ، وهو الرسم .

فالرسم يزيد من توضيح القيم عن الجدول التكراري ، كما أن الرسم يعطى فكرة عامة عن توزيع القيم بمجرد النظر للرسم ، ويستعمل فى الرسم التوضيحي أو البياني محوران متعامدان هما : المحور الأفقي ويطلق عليه المحور السيني ، المحور الرأسي ويطلق عليه المحور الصادي ، كما أن منطقة التقاء المحورين هي المنطقة الصفرية التي يبدأ عندها توزيع الدرجات ، ويتم وضع الفئات أو الدرجات على المحور السيني ، والتكرارات على المحور الصادي .

مثال ذلك الشكل رقم (7) يوضح المحوران السيني والصادي .



عاشراً : طرق توضيح المعلومات بالرسم :

هناك عدة طرق يستخدمها الباحثون لتوضيح المعلومات والبيانات التي يحصلون عليها من بحوثهم وهذه الطرق هي :

المضلع التكراري – المنحنى التكراري – المدرج التكراري

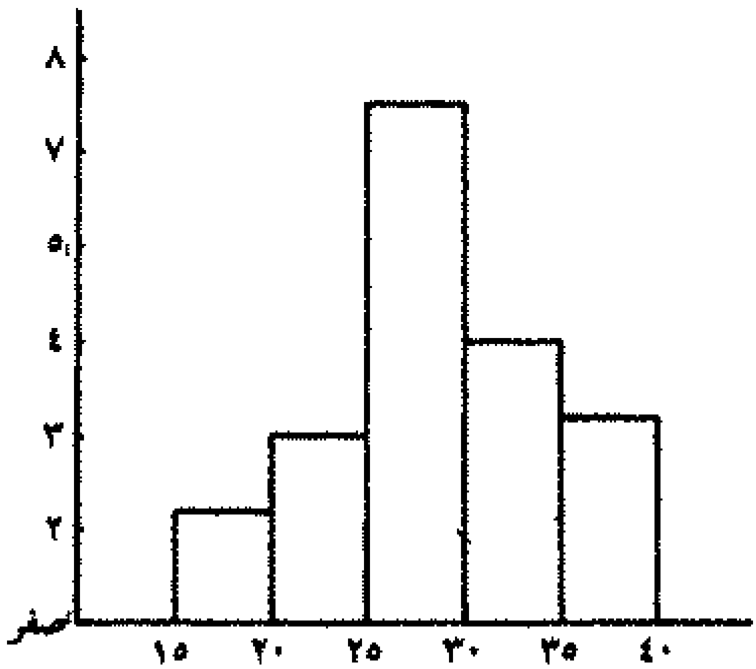
المدرج التكراري :

يختلف المدرج التكراري عن كل من المنحنى والمضلع التكراري فى انه حين يكون تمثيل التكرار فى كل من المنحنى والمضلع بنقطة فى مركز الفئة فإنه فى المدرج يمثل التكرار بمستطيل يرسم على الفئة كلها من بدايتها إلى نهايتها .

مثال ذلك جدول رقم (8) يوضح مستوى الأداء فى العمل لدى مجموعة من الموظفين الكتابيين عددهم عشرين موظفاً .

جدول (8)

ف	ك
15 –	2
20 –	3
25 –	8
30 –	4
35 –	3
مج =	20

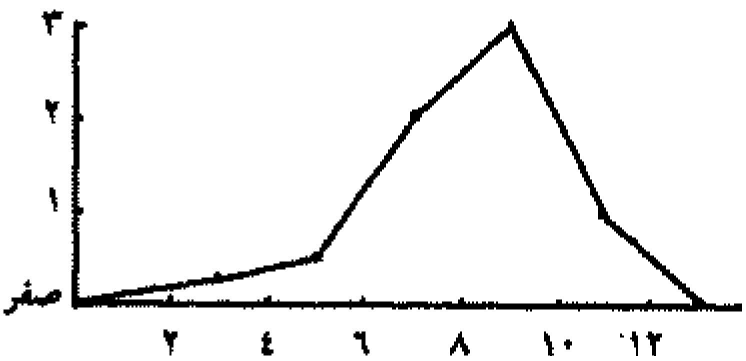


تعديل المدرج التكراري :

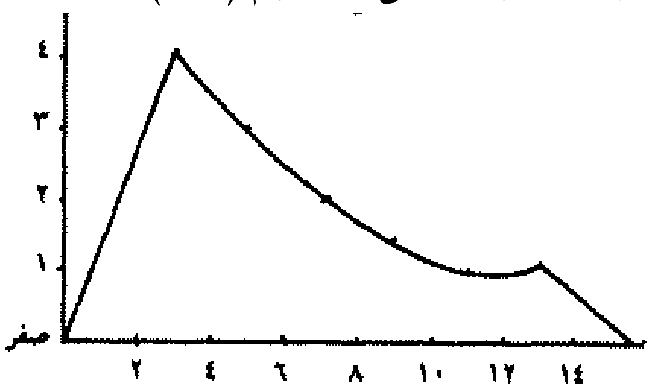
يتم التعديل باستخدام المتوسطات المتحركة ، نظراً لأن الباحث الذى يقوم بإجراء دراسة علمية قد تقابله كثير من الصعوبات والمعوقات التي تحول دون أن يقوم بضبط شروط وظروف بحثه أو تجريته ضبطاً تاماً ، وخاصة أن موضوع الدراسة نفسه وهو الإنسان يتغير من حين إلى لآخر ، ويعيش فى عالم متغير متحرك لا نستطيع أن نصفه بالثبات أو الجمود ، لذلك يلجأ الباحث إلى عمل تسوية للمدرج وهذه التسوية عبارة عن إجراء تعديل للتوزيع لعزل العيوب التي به من التواءات أو تعدد القمم والتي تنتج من تدخل عوامل لا يستطيع الباحث التغلب عليها أو ضبطها من البداية ، ومن هذه العوامل ما يلي :

1 – العينة : فبالنسبة للعينة فمن المحتمل أن لا تكون ممثلة تمثيلاً مناسباً للمجتمع الأصلي التي اختيرت منه ، ولعدم إتباع القواعد المعروفة فى اختيار العينات ، أو لعدم استخدام احد طرق الاختيار كالطريقة العشوائية حيث يتوفر فيها عدم التحيز أو الطريقة المقيدة والتي تكون فيها العينة مشروطة بشروط وخصائص معينة ، أو بطريقة العينة الطبقية .

2 – الاختبار : أما بالنسبة للاختبار فمن المحتمل أن لا يكون مناسباً لمستوى تعليم وأعمار أفراد العينة فإذا كان الاختبار أقل من مستوى أفراد العينة توقعنا أن يجيب عليه معظم الأفراد إجابات سليمة وقله منهم هم الذين يفشلون فى حل أسئلة الاختبار ويحصلون على درجات منخفضة ويكون مضلع توزيع الدرجات فى هذه الحالة ملتوياً نحو القيم الكبيرة ويوصف بأنه سالب الالتواء كما فى الشكل رقم (9) :



أما إذا كان الاختبار أعلى من مستوى الأفراد (أي صعباً) فإننا نتوقع أن يحصل عدد قليل منهم على درجات مرتفعة وباقي الأفراد على درجات منخفضة ويكون مضلع توزيع الدرجات فى هذه الحالة ملتوياً نحو القيم الصغيرة أي موجب الالتواء كما فى الشكل رقم (10) :



3 – طبيعة الصفة المقاسة : وقد ينشأ العيب لأن طبيعة توزيع السمة المقاسة أو الاتجاه المقاس فى المجتمع تسير فى هذا الاتجاه وعلى هذا النحو ، فلو قام باحث بقياس الذكاء لدى مجموعة من ضعاف العقول فإن النتيجة تكون على شكل توزيع تكراري موجب الالتواء ، لأن معظمهم سيحصلون على درجات منخفضة فى الذكاء .

مثال ذلك جدول رقم (11) يوضح استخدام المتوسطات المتحركة لتوزيع تكراري لدرجات مجموعة من الاحداث الجانحين عددهم عشرين جانحاً على اختبار الاكتئاب .

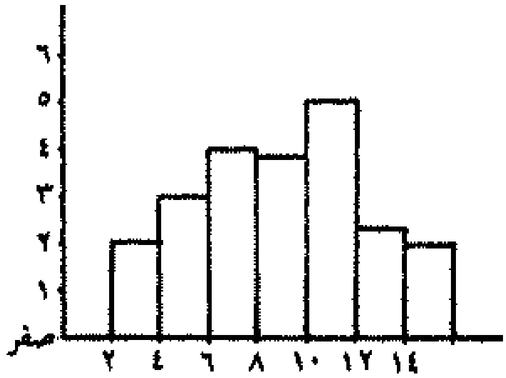
جدول (11)

ف	ك
2	2
4	3
6	2
8	6
10	2
12	5
مج =	20

وواضح من التوزيع السابق وجود ثلاث قمم مرتفعة وقمتين منخفضتين أما القمم المرتفعة فهي التكرارات المقابلة للفئات 4 / 8 / 12 ، أما القمم المنخفضة فهي التكرارات المقابلة للفئات 2 / 6 / 10 ، ولما كانت هذه الارتفاعات والانخفاضات المتمثلة فى التكرارات تمثل عيوباً فى التوزيع راجع للعينة أو للاختبار ، وجب على الباحث عمل تسوية لها للتخلص منها ، وفيما يلي تسوية لهذه التكرارات بالمتوسطات المتحركة :

ف	ك	المتوسطات المتحركة	ك معدل
	(صفر)		
(صفر-)	صفر	$\frac{\text{صفر + صفر + ٢}}{٣} = \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$	٠,٦٧
-٢	٢	$\frac{\text{٢ + صفر + ٣}}{٣} = \frac{٥}{٣} = ١\frac{٢}{٣}$	١,٦٧
-٤	٣	$\frac{٢ + ٢ + ٣}{٣} = \frac{٧}{٣} = ٢\frac{١}{٣}$	٢,٣٣
-٦	٢	$\frac{٦ + ٣ + ٢}{٣} = \frac{١١}{٣} = ٣\frac{٢}{٣}$	٣,٦٧
-٨	٦	$\frac{٢ + ٢ + ٦}{٣} = \frac{١٠}{٣} = ٣\frac{١}{٣}$	٣,٣٣
-١٠	٢	$\frac{٥ + ٦ + ٢}{٣} = \frac{١٣}{٣} = ٤\frac{١}{٣}$	٤,٣٣
-١٢	٥	$\frac{\text{صفر + ٢ + ٥}}{٣} = \frac{٧}{٣} = ٢\frac{١}{٣}$	٢,٣٣
(-١٤)	صفر	$\frac{\text{صفر + ٥ + صفر}}{٣} = \frac{٥}{٣} = ١\frac{٢}{٣}$	١,٦٧
	صفر		
مج	٢٠		٢٠,٠٠

ويبين الرسم التالي المدرج التكراري بعد التعديل شكل رقم (12) :



أسئلة للمراجعة العامة للجزء السابق

يمثل الجدول التكراري الآتي درجات مجموعة من العاملات في

مصنع تغليف علب الحلوى على اختبار السرعة اليدوية Manual Speed.

ف	ك
١٠ -	٦
١٥ -	٩
٢٠ -	١٠
٢٥ -	٥
المجموع	٣٠

والمطلوب :

أ ـ تعديل التوزيع السابق .

ب ـ رسم المضلع التكراري قبل وبعد التعديل .

جـ ـ حساب التكرار النسبي .

د ـ حساب التكرار المئوي .

- فيما يلي توزيع الدرجات لمجموعة العمال قبل وبعد التدريب على اختبار لقياس التآزر بين اليدين : Two Hand Co-ordination .

التوزيع قبل التدريب		التوزيع بعد التدريب	
ف	ك	ف	ك
١٠ -	٧	١٢ -	٥
١٥ -	٨	١٧ -	٥
٢٠ -	١٢	٢٢ -	١٥

٢٥ -	١٠	٢٧ -	٩
٣٠ -	٩	٣٢ -	١٠
٣٥ -	٢	٣٧ -	٣
٤٠ -	٢	٤٢ -	٣
المجموع	٥٠	المجموع	٥٠

والمطلوب :

أ ـ رسم المضلع التكراري للتوزيع قبل التدريب .

ب ـ رسم المدرج التكراري للتوزيع بعد التدريب .

جـ ـ عدل التوزيع قبل وبعد التدريب بأستخدام المتوسطات المتحركة .

مقاييس النزعة المركزية

CENTERAL TENDENCY M.

تبين من خلال الجزء السابق كيف استطاعت الإحصاء عن طريق توزيع الدرجات أو القيم في جداول تكرارية وتمثيل هذه التوزيعات التكرارية بالرسم أن تمد الباحث بكثير من الخصائص والصفات التي تتميز بها هذه الدرجات، والتي تعكس أيضاً بمجرد النظر مدى دقة البحث أو الدراسة التي تم عملها والمتمثلة في:

١ ـ اختيار العينة أي هل أختار الباحث العينة التي أجرى عليها بحثه بأحد الطرق العلمية المعروفة في اختيار العينات أم كان اختياره لها يعتمد على أسلوبه الشخصي والذاتي Subjective .

٢ ـ الاختبار أو الأداة المستخدمة أي هل استخدم الباحث الأداة التي أجرى عليها الكثير من المعالجات بحيث أصبحت مناسبة لمستوى عمر ولمستوى تعليم العينة التي يجري عليها الدراسة أم استخدم أداة Tool صالحة للأطفال على الكبار أو استخدم أداة صالحة للكبار على الأطفال، من ناحية ثانية استخدم أداة صالحة للمتعلمين على الأميين؟

ولا تقتصر حاجة الباحث من الدرجات الخام عند هذا الحد، كما أن ما تقدمه الإحصاء يتعدى مجرد توزيع الدرجات في جداول تكرارية وتمثيلها بالرسم إلى تلخيص هذه الدرجات جميعاً وتركيزها في درجة أو قيمة واحدة تغني وتعبر عن كل قيم ودرجات المجموعة. ويطلق على تلك الأساليب التي تمد الباحث بهذه القيمة بالمتوسطات Averages أو القيم المركزية أو النزعة المركزية Central Tendency ومن هذه الأساليب:

١ ـ المتوسط الحسابي (أو الوسط الحسابي) Arithematic Mean

٢ ـ الوسيط (أو الأوسط) Median

٣ ـ المنوال (أو الشائع) Mode

ولهذه الأساليب قيمة تطبيقية في حياة الإنسان فلا تكاد تخلو حياته من الأرقام فصاحب المصنع يحتاج لمعرفة متوسط إنتاج مصنعه اليومي خلال الشهر فيقوم بجمع إنتاج كل يوم من أيام الشهر وقسمة الناتج على ثلاثين يوماً (أو ٢٨ أو ٣١) حيث يفيده ذلك في مقارنة متوسط إنتاج هذا الشهر بالشهر السابق أو الأسبق فيعرف من خلال المقارنة هل حدثت زيادة في إنتاج هذا الشهر أم حدث انخفاض فيبحث في سببه ويقوم بعمل الإجراءات التي تساعد على عدم تكرار ذلك.

١ ـ المتوسط الحسابي (أو الوسط الحسابي)

يعرف البعض المتسوط الحسابي لمجموعة من الدرجات أو القيم بأنه القيمة التي لو وزعت على كل فرد من أفراد العينة لكان مجموع هذه القيم هو المجموع الحقيقي للقيم الأولى. ويعرفه البعض الآخر بأنه متوسط عدد من القيم هو خارج قسمة مجموع هذه القيم على عددها. فلو كان لدينا عشرة أفراد طبقنا عليهم اختباراً للذكاء وكانت درجات هؤلاء الأفراد العشرة هي:

٧٥ ـ ٦٠ ـ ١٠٠ ـ ١٠٥ ـ ٩٠ ـ ٨٥ ـ ٧٠ ـ ١١٠ ـ ١٢٠ ـ ٨٠

فإننا نقوم بجمع هذه الدرجات (٨٩٥) وقسمة الناتج على عشرة

(فيكون المتوسط $\frac{٨٩٥}{١٠٠}$ = ٨٩,٥) كما يلي:

ويرمز للمتوسط الحسابي (٨٩,٥) بالرمز «م».

ويرمز لمجموع القيم (٨٩٥) بالرمز مجـ س.

ويرمز لعدد القيم (١٠) بالرمز ن.

ويكون المتوسط الحسابي على أساس ذلك م = $\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$

وهناك ثلاث طرق للحصول على المتوسط الحسابي هي:

١ ـ الطريقة العادية أو الشائعة.

٢ ـ طريقة مراكز الفئات.

٣ ـ الطريقة المختصرة.

أ ـ الطريقة الشائعة أو العادية

وهي الطريقة التي نستخدمها في حياتنا اليومية وهي التي سبق الكلام عنها ، ونسوق مثالاً آخر عليها فلو فرض أن القيم الآتية تمثل الإنتاج اليومي خلال أسبوع لمجموعة من عمال الصلب:

١٢ ـ ١٥ ـ ٢١ ـ ٧ ـ ١٣ ـ ٨

فيكون مجموع هذه القيم هو:

١٢ + ١٥ + ٢١ + ٧ + ١٣ + ٨ = ٧٦

ويكون المتوسط الحسابي لهذه القيم هو:

٧٦ ـ ٦ = ١٢,٦٧

أي أن مجـ س = ٧٦

، ن = ٦

، م = ١٢,٦٧

ب ـ طريقة مراكز الفئات

الطريقة السابقة «الشائعة» هي التي نستخدمها في حياتنا اليومية عندما نكون بصدد عدد قليل من القيم كما في الأمثلة السابقة . لكن الحياة اليومية تتميز بالأعداد الكبيرة من الأفراد والأعداد الكبيرة من معدلات الإنتاج . . . إلخ . بحيث لو استخدمنا فيه مع هذه الأعداد الكبيرة الطريقة العادية حدثت الكثير من الأخطاء . ولنا أن نتوقع أن يقوم صاحب مصنع بقسمة مجموع إنتاج مصنعه خلال العالم على عدد أيام السنة وهو ٣٦٥ يوماً ، أو بقسمة مجموع إنتاج العمال (بعد جمعه) على عدد العمال البالغ عددهم ألفين من العمال مثلاً . ولا يتوقف الأمر على احتمال وقوعه في الأخطاء بل أن هذه الطريقة وما تتطلبه من جمع وقسمة تستغرق وقتاً طويلاً وجهداً مضنياً يتنافى مع ما يقدمه لنا العلم من اقتصاد في الوقت والجهد .

وتقوم طريقة مراكز الفئات أساسا على توزيع القيم في جدول تكراري ، فلو فرض وطبقنا اختباراً من اختبارات الشخصية على ٥٠ شخصاً وكانت درجاتهم على النحو الآتي :

٣٢ ٢٥ ٣٨ ١٥ ١٧

٢٢ ٣٢ ٣٠ ٢٩ ٢٧

١٨ ٢٨ ٢٢ ٣٦ ٢٢

٢٨ ٤٦ ٨ ٤٥ ٤٥

١٥ ٣٤ ٥ ٤٤ ٢٧

٢١ ٢٨ ٣٧ ٢٥ ٣٧

٣٨ ٢٥ ٢٥ ٣٤ ١٩

٤٢ ٤٩ ٤٩ ١٩ ٣٥

٣٨ ٣٥ ٢٧ ٢٤ ٢٣

٤٢ ٢٣ ١٤ ٢٧ ١٦

فإننا نقوم بتوزيع هذه القيم في جدول تكراري كما يلي :

ف	ك	س	س × ك
٥ -	٢	٧,٥	١٥
١٠ -	١	١٢,٥	١٢,٥
١٥ -	٧	١٧,٥	١٢٢,٥
٢٠ -	٨	٢٢,٥	١٨٠,٠
٢٥ -	١٢	٢٧,٥	٣٣٠,٠
٣٠ -	٥	٣٢,٥	١٦٢,٥
٣٥ -	٨	٣٧,٥	٣٠٠,٠
٤٠ -	٢	٤٢,٥	٨٥,٠
٤٥ -	٥	٤٧,٥	٢٣٧,٥
	٥٠		١٤٤٥,٠

وتتلخص الخطوات التي يتم بها الحصول على المتوسط الحسابي بهذه الطريقة فيما يلي:

١ ـ توزيع القيم في جدول تكراري.

٢ ـ الحصول على مراكز الفئات (س) ويتم ذلك بجمع الفئة الأولى + الفئة الثانية وقسمة الناتج على اثنين (في المثال السابق: $\frac{\text{٥} + \text{١٠}}{\text{٢}}$ = ٧,٥) ليتم الحصول على مركز الفئة الأولى وللحصول على مركز الفئة الثانية يكون أما بجمع الفئة الثانية + الفئة الثالثة وقسمة الناتج على اثنين كما في الفئة الأولى أو بإضافة مدى الفئة (وهي هنا = ٥) على مركز الفئة السابقة فمثلاً مركز الفئة الأولى = ٧,٥ فيكون مركز الفئة الثانية ٧,٥ + ٥ = ١٢,٥ وهكذا مراكز باقي الفئات.

٣ ـ يتم ضرب مراكز الفئات في التكرارات (س × ك) أي ضرب مركز كل فئة في تكرارها فمثلاً مركز الفئة الأولى ٧,٥ وتكرار هذه الفئة ٢ فيكون س × ك = ٢ × ٧,٥ = ١٥ وهكذا.

٤ ـ نقوم بحساب مجـ س × ك وذلك بجمع ناتج ضرب مراكز الفئات في التكرارات (١٤٤٥).

٥ ـ نقوم بتطبيق القانون الآتي:

$$\text{م} = \frac{\text{مجـ س} \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{\text{١٤٤٥}}{\text{٥٠}} = \text{٢٨,٩}$$

أي أن متوسط درجات المجموعة (٥٠ شخصاً) على اختبار الشخصية هو ٢٨,٩ درجة.

جـ ـ الطريقة المختصرة

لاحظنا ما تنطوي عليه طريقة مراكز الفئات أيضاً من صعوبات تتمثل في عملية ضرب التكرارات في مراكز الفئات، وما يكل من مراكز الفئات

(س) وضرب مراكز الفئات في التكرارات من كسور تعرض الباحث لكثير من الأخطاء سواء في الجمع أو الضرب . ولذلك فإن حساب المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة تغني الباحث من الوقوع في مثل هذه الأخطاء فيتم الحصول عليه بسهولة وبسرعة . وتقوم هذه الطريقة على أساس الانحراف الفرضي فتفرض مركزاً صفرياً في منتصف التوزيع التكراري يزيد واحد صحيح في اقترابها من النهاية الكبرى للتوزيع وتقل في كل خطوة واحد صحيح في إقترابها من النهاية الصغرى للتوزيع . ثم يتم ضرب الانحراف الفرضي في التكرارات . وبالنسبة للتوزيع التكراري في المثال السابق تتم العمليات الآتية على هذا الجدول كما يتبين لنا فيما يلي :

ف	ك	حَ	ك حَ
٥ -	٢	- ٤	- ٨
١٠ -	١	- ٣	- ٣
١٥ -	٧	- ٢	- ١٤
٢٠ -	٨	- ١	- ٨
٢٥ -	١٢	صفر	صفر
٣٠ -	٥	+ ١	+ ٥
٣٥ -	٨	+ ٢	+ ١٩
٤٠ -	٢	+ ٣	+ ٠٦
٤٥ -	٥	+ ٤	+ ٢٠
المجموع	٥٠		- ٣٣
			+ ٤٧
			+ ١٤

ويتبع ما يلي في الحصول على المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة .

١ ـ حساب الانحراف الفرضي أو الفرض الصفري ويرمز له بالرمز ح وذلك كما سبق أن بينا وهو وضع صفر في منتصف التوزيع يزيد واحد صحيح في اقترابه من النهاية الكبرى للتوزيع ويتضح ذلك إذا نظرنا للانحراف الفرضي + ١ نجد أنه يقابل الفئة ٣٠ ـ والانحراف الفرضي + ٢ نجد أنه يقابل الفئة ٣٥ ـ . . . وهكذا . وينخفض الانحراف الفرضي واحد صحيح في اقترابه من النهاية الصغرى للتوزيع ويتضح ذلك إذا نظرنا للانحراف الفرضي ـ ١ نجد أنه يقابل الفئة ٢٠ ـ والانحراف الفرضي ـ ٢ يقابل الفئة ١٥ ـ . . وهكذا . ولعلنا نتذكر أن الانحراف الفرضي هذا مشابه لمحاور تمثيل

البيانات بالرسم البياني فمثلاً المحور السيني أو المحور الصادي نجد أنه يتخذ له وسطاً مقداره صفر ثم يتزايد تزايداً موجباً في جهة وينقص تناقصاً سالباً في جهة أخرى كما نرى في الرسم الآتي:

صفر

٥ – ٤ – ٣ – ٢ – ١ – ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ +

٢ ـ ضرب كل انحراف فرضي في التكرار المقابل له لتحصل على ك حَ

٣ ـ جمع حاصل ضرب الانحراف الفرضي في التكرارات وفي هذه الخطوة سنجد لدينا مجموعتين من الدرجات أحدهما ذا إشارات سالبة (وهو ضرب الانحراف الفرضي السالب في التكرارات) والآخر ذا إشارات موجبة . وفي هذه الحالة يتم جمع كل مجموعة على حدة ثم يطرح الصغير من الكبير وتكون إشارة حاصل الجمع حسب إشارة المجموع الكبير فلو كان مجموع النواقص – ٢٠ ومجموع الزوائد + ١٥ كان الناتج – ٥ ولو كان مجموع الزوائد + ٢٠ ومجموع النواقص – ١٧ لكان الناتج + ٣ ولو كان مجموع النواقص مساوي لمجموع الزوائد كان الناتج صفراً .

٤ ـ نقوم بعد ذلك بتطبيق القانون الآتي:

$$م = \text{مركز الفئة الصفرية} \pm \frac{\text{مجـ ك ح}/}{\text{مجـ ك}} \times ف$$

حيث أن :

م = المتوسط الحسابي

$$\text{مركز الفئة الصفرية} = \frac{\text{الفئة المقابلة للصفر + الفئة التي بعدها}}{٢} =$$

وهي في المثال السابق = $\frac{٢٥ + ٣٠}{٢} = \frac{٥٥}{٢} = ٢٧,٥$

مجـ ك حَ = مجموع ضرب التكرارات في الانحراف الفرضي.

مجـ ك = مجموع التكرارات.

ف = مدى الفئة.

± = تتحدد هذه الإشارة حسب إشارة الناتج في عمود مجـ ك ح.

(٢) الوسيط (أو الأوسط)

يعرف الوسط Median بأنه الدرجة التي تقع في وسط (منتصف) توزيع درجات مجموعة الأفراد. أو هو الدرجة التي يكون موقعها في منتصف المجموعة تماماً بين ترتيب هذه الدرجات فيكون قبلها نصف عدد الدرجات ويكون بعدها النصف الباقي لعدد الدرجات. فلو كان لدينا مجموعة من الأفراد عددهم خمسة طبق عليهم اختباراً لقياس القدرة العددية Numerical ability وكانت درجاتهم على هذا الاختبار هي : ٦ ـ ٥ ـ ٩ ـ ٨ ـ ١٣ فإننا نقوم بترتيب هذه الدرجات بطريقتين على النحو الآتي :

تصاعدياً : ٥ ـ ٦ ـ ٨ ـ ٩ ـ ١٣.

فيكون الوسيط ٨ لأنه يقع في الوسط تماماً وعدد الدرجات التي قبله (٥، ٦) نصف عدد الدرجات، وعدد الدرجات التي بعده (٩، ١٣) هي النصف الآخر.

أو تنازلياً : ١٣ ـ ٩ ـ ٨ ـ ٦ ـ ٥

فيكون الوسيط ٨ لأنه يقع في الوسط تماماً أيضاً.

وسنذكر فيما يلي كيفية حساب الوسيط من القيم الخام ومن الجدول التكراري ومن الرسم بإستخدام التكرار المتجمع الصاعد والنازل المئويين .

أ ـ حساب الوسيط من القيم الخام:

١ ـ في حالة الأعداد الفردية :

أي عندما يكون عدد العينة التي يجري عليها الباحث دراسته فردية كأن يكون قد أجرى بحثه على ثلاثة أفراد أو خمسة أو سبعة أو ٩ أو ١١ أو ١٣ أو ١٥ أو ١٧ أو ١٩ أو ٢١ . . . وهكذا .

مثال :

أجرى باحث دراسة على مجموعة من سبعة أطفال لمعرفة القدرة على التذكر لديهم وكانت أعمارهم :

٧ ـ ٩ ـ ٥ ـ ١١ ـ ١٣ ـ ٩ ـ ٧

ولحساب وسيط هذه الدرجات نقوم بترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً . كما سبق أن بينا على النحو الآتي :

٥ ـ ٧ ـ ٧ ـ ٩ ـ ٩ ـ ١١ ـ ١٣

فيكون حساب الوسيط كالآتي :

رتبة و = $\frac{ن + ١}{٢}$

حيث و = الوسيط، ن = عدد القيم أو درجات الافراد أي عدد أفراد العينة .

١ = أي أن الدرجات فردية ليكن رتبة الوسيط حسب ذلك :

رتبة الوسيط = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤

أي أن رتبة الوسيط هي الدرجة الرابعة أي الدرجة ٩

٢ ـ في حالة الأعداد الزوجية :

ويكون ذلك عندما يقوم الأخصائي بإجراء دراسته على عينة من الأفراد عددهم زوجي أي فردين أو أربعة أفراد أو ٦ أو ٨ أو ١ أو ١٢ أو ١٤ أو ١٦ أو ١٨ وهكذا.

مثال :

أجريت دراسة على عينة من العمال عددهم عشرة وكانت أجورهم كما يلي :

٢٠ ـ ١٣ ـ ٩ ـ ٢٥ ـ ١٧ ـ ١٩ ـ ١٥ ـ ٢١ ـ ٢٤ ـ ١٨.

فيكون ترتيب هذه الأجور ترتيباً تصاعدياً كما يلي :

٩ ـ ١٣ ـ ١٥ ـ ١٧ ـ ١٨ ـ ١٩ ـ ٢٠ ـ ٢١ ـ ٢٤ ـ ٢٥

وبالنظر للدرجات السابقة نجد أن هناك قيمتين في الوسط هما ١٨، ١٩ يسبقهما نصف الدرجات ٩، ١٣، ١٥، ١٧ ويجيء بعدهما النصف الباقي من الدرجات ٢٠، ٢١، ٢٤، ٢٥ ويمكن تحديد رتبة القيمتين اللتين في الوسط على النحو الآتي :

رتبة القيمة الأولى $= \frac{ن}{٢} =$ وهي في المثال السابق $= \frac{١٠}{٢} = ٥$

أي القيمة التي يكون ترتيبها الخامس وهي القيمة ١٨.

رتبة القيمة الثانية $= \frac{ن + ٢}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$

أي القيمة التي يكون ترتيبها السادس وهي القيمة ١٩.

وبعد ذلك يمكن حساب الوسيط كما يلي :

الوسيط $= \frac{\text{مجموع القيمتين اللتين في الوسط}}{٢}$

وبالتعويض في المثال السابق :

الوسيط $= \frac{١٨ + ١٩}{٢} = \frac{٣٧}{٢} = ١٨,٥$

ب ـ حساب الوسيط في الجدول التكراري :

ويتم ذلك عندما يكون البحث الذي أجري ذا أعداد كبيرة ويكون الاحتمال كبيراً للوقوع في الخطأ إذا استخدمت الطريقة السابقة، هذا بالإضافة إلى صعوبة تطبيقها. وفي مثل هذه الأحوال (الأعداد الكبيرة) لا بد من توزيع الدرجات في جدول تكراري فلو فرض وكان لدينا جدولاً تكرارياً لتوزيع درجات مجموعة من الأفراد عددهم خمسين على اختبار للتوتر كما يلي:

ف: ٥ـ ١٠ـ ١٥ـ ٢٠ـ ٢٥ـ ٣٠ـ

ك: ٣ ١٤ ١٠ ٩ ١٢ ٢

فإنه يلزم إيجاد التكرار المتجمع الصاعد لإكمال الجدول تمهيداً للحصول على الوسيط.

ف	ك	تكرار متجمع صاعد
٥ـ	٣	٣
١٠ـ	١٤	١٧
١٥ـ	١٠	٢٧
٢٠ـ	٩	٣٦
٢٥ـ	١٢	٤٨
٣٠ـ	٢	٥٠
	٥٠	

وتحسب رتبة الوسيط كما يلي = $\frac{\text{مجـ ك}}{٢}$ = أي $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

ويكون حساب الوسيط باستخدام القانون الآتي:

و = الحد الأدنى للفئة الوسيطية +

$\frac{\text{رتبة الوسيط ـ تكرار متجمع صاعد للفئة قبل الوسيطية}}{\text{تكرار الفئة الوسيطية}}$ × مدى الفئة

حيث أن :

و = الوسيط

الحد الأدنى للفئة الوسيطية = وهي الفئة التي يقع فيها التكرار المتجمع الصاعد لرتبة الوسيط فمثلاً رتبة الوسيط في المثال السابق = ٢٥ وموقعها في التكرار المتجمع الصاعد بين التكرار المتجمع الصاعد ١٧ ، ٢٧ أي أن الحد الأدنى للفئة الوسيطية هو ١٥ ـ

رتبة الوسيط = مجموع التكرارات مقسومة على اثنين

تكرار متجمع صاعد للفئة قبل الوسيطية = أي التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية فالفئة قبل الوسيطية في التكرار السابق هي الفئة ١٠ ـ والتكرار المتجمع الصاعد المقابل لها هو ١٧ .

تكرار الفئة الوسيطية = التكرار الأصلي المقابل للفئة الوسيطية فإذا كانت الفئة الوسيطية هي ١٥ ـ فإن تكرارها هو ١٠ .

مدى الفئة =

وهو في هذا المثال يساوي ٥ .

وبالتعويض من القانون في المثال السابق :

$$و = ١٥ + \frac{٢٥ - ١٧}{١٠} \times ٥ = ١٥ + \frac{٨}{١٠} \times ٥$$

$$= ١٥ + \frac{٤٠}{١٠} = ١٥ + ٤ = ١٩$$

أي أن قيمة الوسيط = ١٩

(٣) المنوال Mode

المنوال هو أكثر القيم التي تحصل على أكبر تكرار، وعلى ذلك يعتبر المنوال أكثر الدرجات شيوعاً . وهناك طريقتين للحصول على المنوال الأولى حسابية من الجدول التكراري والثانية عن طريق الرسم :

وهناك طريقتين للحصول على المنوال الأولى بصورة حسابية من الجدول التكراري والثانية عن طريق الرسم :

أ ـ حساب المنوال من الجدول التكراري :

ويتم ذلك عن طريق تحديد أكبر تكرار في الجدول وتكون الفئة المقابلة له هي الفئة المنوالية . وبعد ذلك يتم تطبيق القانون الخاص بذلك .

مثال :

ويتضح لنا الكلام السابق من خلال تطبيقه على أحد الأمثلة .

ف	ك	تحديد التكرارات المستخدمة في حساب المنوال
٥ ـ	٣	
١٠ ـ	٧	تكرار الفئة قبل المنوالية
١٥ ـ	١٢	أكبر تكرار تقابله الفئة المنوالية ١٥ ـ
٢٠ ـ	٨	تكرار الفئة بعد المنوالية
٢٥ ـ	٥	

وللحصول على قيمة المنوال بعد ذلك يتم تطبيق القانون الآتي :

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \text{مدى الفئة} \times \frac{\text{تكرار الفئة بعد المنوالية}}{\text{مجموع تكراري الفئة قبل وبعد المنوالية}}$$

وبالتعويض عن القانون السابق في المثال السابق أيضاً تصبح قيمة المنوال هي:

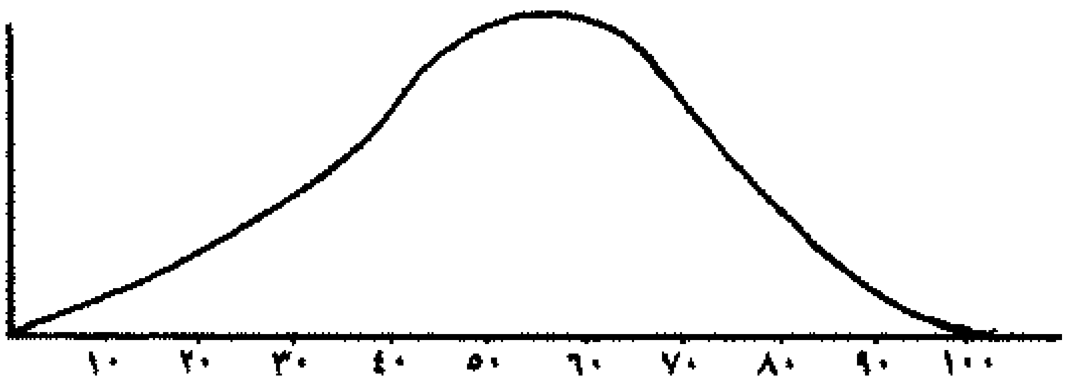
المنوال = $١٥ + ٥ \times \frac{٨}{٨ + ٧} = ١٥ + \frac{٤٠}{١٥} = ١٥ + ٢,٦٦$

$= ١٧,٦٦$.

العلاقة بين المتوسطات الثلاث في التوزيع التكراري:

يقصد بعلاقة المتوسطات الثلاث (المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال) موقعهم في التوزيع التكراري بالنسبة لبعضهم البعض.

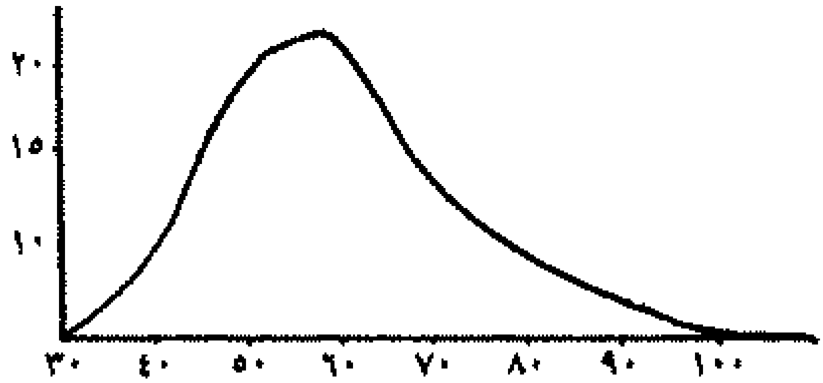
١ - وعندما يكون التوزيع اعتدالياً (يقصد بالتوزيع الاعتدالي أن القيم الأصلية الموضوعة في الجدول التكراري نابعة من عينة تمثل المجتمع الأصلي تمثلاً سليماً وعشوائياً. وأن أداة القياس التي تم استخدامها - اختبار ذكاء مثلاً - مناسبة لمستوى سن وتعليم أفراد العينة كما أن الاختبار ذكاء مثلاً - مناسبة لمستوى سن وتعليم أفراد العينة كما أن الاختبار نفسه أجريت عليه معالجات إحصائية كثيرة للتأكد من صلاحيته) نجد أن قيم المتوسطات الثلاث واحدة وبالتالي فإن موقعهم في المنحنى التكراري يكون في نقطة واحدة كما يلي:



(موقع المتوسط والوسيط والمنوال في التوزيع الاعتدالي).

٢ - في حالة التوزيعات الملتوية أي التوزيعات التكرارية التي تكون فيها الدرجات والقيم الأصلية نابعة من تطبيق اختبار ذكاء مثلاً على عينة من ضعاف العقول أي أن الاختبار يكون صعباً في مستواه بالنسبة لهم. أو أن يطبق اختبار سهل في مستواه على طلبة في المدارس الثانوية أو الكليات الجامعية فينجح معظمهم في الاختبار. ويكون التوزيع في حالة ضعاف

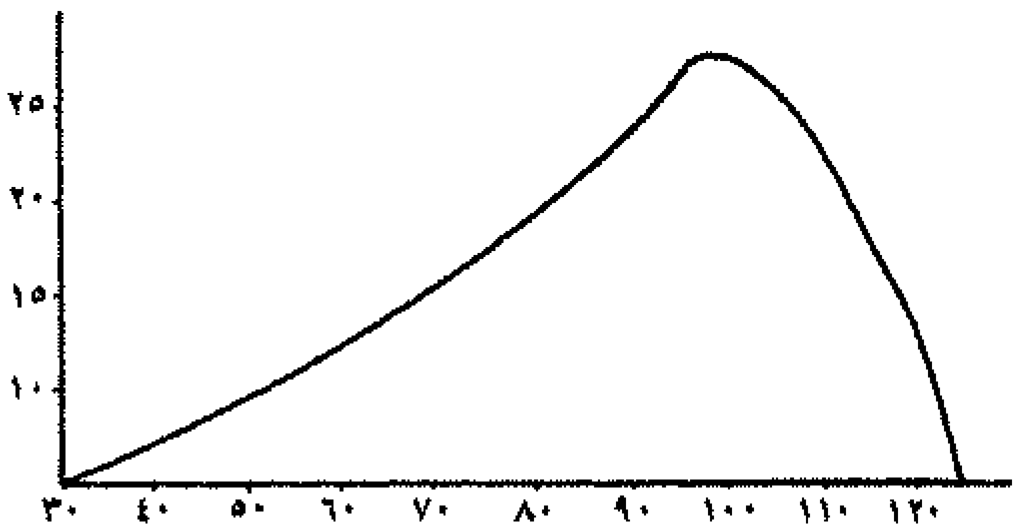
العقول موجب الالتواء Positively skewed وذلك لأن التكـرارات تكـون



مجتمعة عند القيم الصغيرة ويكون موقع الوسيط في الوسط، والمنوال على اليسار والمتوسط على اليمين .

٢ ـ موقع المتوسط والوسيط والمنوال في التوزيع الموجب الالتواء :

ويكون التوزيع في حالة طلبة الكليات سالب الالتواء Negatively أي تكون التكرارات متجمعة عند القيم الكبرى أي أن معظمهم ينجحون في الإجابة على معظم أسئلة الاختبار ويكون موقع الوسيط في الوسط والمنوال على اليمين (عكس حالة الالتواء الموجب) والمتوسط على اليسار .



٣ ـ موقع المتوسط والمنوال والوسيط في حالة التوزيع السالب الالتواء.

الحصول على قيمة المتوسطات الثلاث في حالة غياب أحدهما :

يمكن الحصول على قيمة أحد المتوسطات الثلاث إذا توفرت قيمة المتوسطات الآخران عن طريق المعادلات الآتية :

١ ـ المتوسط الحسابي = $\frac{٣}{٢}$ الوسيط − $\frac{١}{٢}$ المنوال

٢ ـ الوسيط = $\frac{١}{٣}$ المنوال + $\frac{٢}{٣}$ المتوسط الحسابي

٣ ـ المنوال = ٣ × الوسيط − ٢ × المتوسط الحسابي .

ويوضح المثال الآتي هذا الكلام .

ف	ك
٥ ـ	٣
١٥ ـ	٧
١٥ ـ	١٢
٢٥ ـ	٨
٢٥ ـ	٥
	٣٥

وقيمة المنوال في المثال السباق = ١٧,٦٦

وقيمة الوسيط = ١٨,١

وقيمة المتوسط = ١٨,٣٣

١ ـ الحصول على المتوسط من قيمة الوسيط والمنوال :

المتوسط = $\frac{٣}{٢}$ × ١٨,١ − $\frac{١}{٢}$ × ١٧,٦٦ = $\frac{٥٤,٣}{٢}$

= $\frac{١٧,٦٦}{٢}$ = ٢٧,١٥ − ٨,٨٣ = ١٨,٣٢

٢ ـ الحصول على الوسيط من قيمة المتوسط والمنوال :

الوسيط = $\frac{١}{٣}$ × ١٧,٦٦ + $\frac{٢}{٣}$ × ٨,٣٢ = $\frac{١٧,٦٦}{٣}$

= $\frac{٣١,٦٤}{٣}$ = ٥,٨٨ + ١٢,٢١ = ١٨,٠٩

٣ ـ الحصول على المنوال من قيمة الوسيط والمتوسط:

المنوال = ٣ × ١٨,١ − ٢ × ١٨,٣٢ = ٥٤,٣ − ٣٦,٦٤ = ١٧,٦٦ .

تمارين على المتوسطات

١ ـ أجرى باحث دراسة على مجموعة من الأطفال المشردين بهدف التعرف على مستوى ذكائهم وكان عددهم ثلاثين طفلاً ودرجاتهم كانت كما يلي :

٧٣ ـ ٤٣ ـ ١٠٣ ـ ٩٨ ـ ٧٢ ـ ٦٦ ـ ١٠٠ ـ ٩٩ ـ ٨٧ ـ ٨٥

١٠٠ ـ ١١٠ ـ ٧٢ ـ ٨٩ ـ ٥٢ ـ ٩٦ ـ ١٠٢ ـ ٨٧ ـ ٦٦ ـ ٥٣

١٠١ ـ ٦٥ ـ ٨٥ ـ ٩٥ ـ ٦٥ ـ ٥٢ ـ ١٠٠ ـ ١١٠ ـ ١٠٠ ـ ٩٥

والمطلوب أولاً :

١ ـ توزيع الدرجات السابقة في جدول تكراري مدى الفئة فيه ١٠ .

٢ ـ حساب المتوسط الحسابي بطريقتين .

٣ ـ حساب الوسيط بطريقتين .

٤ ـ حساب المنوال بطريقتين .

والمطلوب ثانياً .

١ ـ رسم المضلع التكراري للدرجات السابقة بعد توزيعها في جدول تكراري مرة ثانية على أن يكون مدى الفئة ١٥ .

٢ ـ تسوية التوزيع باستخدام المتوسطات المتحركة .

٣ ـ رسم المدرج التكراري .

٢ ـ فيما يلي توزيعين تكرارين لمجموعتين من الإناث والذكور على أحد الاختبارات النفسية .

ف	ك ذكور	ك أناث
١٠ ـ	٧	١٢
١٢ ـ	٨	١٣
١٤ ـ	١٥	١٧
١٦ ـ	٢٢	٢٣
١٨ ـ	٢٢	١٧
٢٠ ـ	٦	٨
	٨٠	٩٠

المطلوب أولاً :

١ ـ المقارنة بين المجموعتين باستخدام المضلع .
٢ ـ حساب المنوال في مجموعة الذكور .
٣ ـ حساب المتوسط الحسابي في مجموعة الإناث .
٤ ـ حساب الوسيط في مجموعة الذكور والإناث .

مقاييس التشتت

Measure of Scattering

مقدمة : إن النتائج التي نخرج بها من المتوسطات الحسابية مضللة إلى حد كبير إن لم تقترن بمعامل آخر هو التشتت . والدليل على ذلك الكلام أنه لو كان لدينا مجموعتين من الأفراد طبق عليهما أحد اختبارات القدرات وكان عدد الأفراد في كل مجموعة أربعة وكانت درجات المجموعتين على الاختبار كما يلي :

الأشخاص :	١	٢	٣	٤	مجـ	المتوسطة
المجموعة الأولى :	٥٠	٥	صفر	٢٥	٨٠	٢٠
المجموعة الثانية :	٢٠	١٨	٢١	٢١	٨٠	٢٠

ويتبين لنا من خلال ما سبق أن المتوسط في المجموعتين واحد رغماً

من أن الأفراد في المجموعة الثانية متقاربين في درجاتهم من بعضهم البعض ومن المتوسط. إلا أنه في المجموعة الأولى نجد أن الشخص الأول قد حصل على درجة ٥٠ خمسين والثاني حصل على درجة ٥ خمسة والثالث حصل على درجة صفر والرابع حصل على درجة ٢٥ خمسة وعشرين. ونلاحظ أن درجات أفراد هذه المجموعة متباعدة عن بعضها البعض ورغماً من ذلك فإن متوسطها مماثل لمتوسط المجموعة الثانية. ولمعرفة الوضع الحقيقي لقيم المجموعة لا بد أن نقيس مدى تباعد أو تشتت القيم بعضها عن بعض. ولا يعني ذلك أن المتوسط لا قيمة له بل أن مقياس التشتت يفيد في تفسير المتوسط بل والظاهرة موضوع الدراسة ولقياس التشتت عدة أساليب منها:

١ ـ المدى المطلق Range

٢ ـ نصف المدى الربيعي Semi interquartile Range

٣ ـ الانحراف عن المتوسط Mean deviation

٤ ـ الانحراف المعياري Standard deviation

(١) المدى المطلق

يعتمد المدى المطلق في حسابه على أعلى قيمة وأدنى قيمة في التوزيع. ويتم طرح أدنى قيمة من أعلى قيمة. فلو كان لدينا القيم الآتية وهي درجات عشر أفراد في اختبار للقدرة اللفظية Verbal ability.

الأفراد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
القيم	٥	١٢	١٤	٢٥	١٣	١١	٢	٢٤	٢٠	٩

فإننا نلاحظ أن أصغر قيمة هي درجة الفرد رقم (٧) وهي الدرجة ٢ وأن أكبر قيمة هي درجة الفرد رقم (٤) وهي الدرجة ٢٥. ولذا فإن المدى المطلق يساوي:

المدى المطلق = أكبر قيمة – أصغر قيمة.

وبالتعويض تصبح قيمة المدى المطلق في المثال السابق:

المدى المطلق = ٢٥ – ٢ = ٢٣

حساب المدى المطلق في جدول تكراري

ويمكن الحصول على المدى المطلق من الجدول التكراري وهو يساوي :

المدى المطلق = الحد الأعلى لأعلى فئة - الحد الأدنى لأدنى فئة .

ف	ك
٥ -	٣
١٠ -	٤
١٥ -	٥
٢٠ -	٣

الحد الأدنى لأدنى فئة = ٥

الحد الأعلى لأعلى فئة = ٢٤

المدى المطلق = ٢٤ - ٥ = ١٩ .

(٢) نصف المدعي الربيعي

لاحظنا في المدى المطلق أنه يعتمد في حسابه على أعلى قيمة وعلى أدنى قيمة إذا كنا سنقوم بحسابه من القيم الخام مباشرة . أما إذا كنا سنحصل عليه من الجدول التكراري فإنه يعتمد أيضاً في حسابه على أعلى فئة وعلى أدنى فئة . أي أن عيب المدى المطلق يتركز في اهتمامه عند حسابه على قيمتين مهملاً باقي القيم وهاتين القيمتين المتطرفتين لا تمثلان بطبيعة الحال قيم المجموعة .

ولتلافي العيب السابق يهتم نصف المدى الربيعي في حسابه على الجزء المتوسط من القيم مع إهمال القسم العلوي والقسم السفلي . ويتم استخراجه بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد لتكرارات المجموعة كما في المثال الآتي :

ف	ك	ك صاعد
صفر ـ	١٢	١٢
١٠ ـ	٢٨	٤٠
٢٠ ـ	٣٦	٧٦
٣٠ ـ	٤٠	١١٦
٤٠ ـ	٣٢	١٤٨
٥٠ ـ	٢٠	١٦٨
٦٠ ـ	٨	١٧٦
	١٧٦	

ولحساب نصف المدى الربيعي من الجدول السابق نتبع ما يلي :

١ ـ نقوم بحساب رتبة الربيع الأدنى وهو يساوي = $\frac{\text{مجـ ك}}{٤}$

٢ ـ نقوم بحساب رتبة الربيع الأعلى وهو يساوي = مجـ ك × $\frac{٣}{٤}$

(أو طرح رتبة الربيع الأدنى من مجموع التكرارات ويكون الناتج هو رتبة الربيع الأعلى) .

٣ ـ نقوم بتحديد رتبة الربيعين الأدنى والأعلى بالنسبة للتكرار الصاعد .

٤ ـ نقوم بحساب قيمة الربيع الأدنى والربيع الأعلى باستخدام القانون الآتي .

$$\text{قيمة الربيع} = \text{الحد الأدنى للفئة الربيعية} + \text{مدى الفئة} \times \frac{\text{رتبة الربيع ـ التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الربيعية}}{\text{تكرار للفئة الربيعية}}$$

ويلاحظ أن القانون السابق هو نفس قانون الوسيط مع تغيير كلمة الوسيط بالربيعية .

٥ ـ بعد ذلك يتم حساب نصف المدى الربيعي بالقانون الآتي :

نصف المدى الربيعي = $\frac{ر٣ - ر١}{٢}$

، ر٣ = الربيع الثالث ، ر١ = الربيع الأول .

ونطبق الخطوات السابقة على المثال السابق كما يلي :

١ ـ رتبة الربيع الأدنى = $\frac{١٧٦}{٤}$ = ٤٤

٢ ـ رتبة الربيع الأعلى = ١٧٦ × $\frac{٣}{٤}$ = ١٣٢

= ١٧٦ − ٤٤ = ١٣٢

٣ـ تقع رتبة الربيع الأدنى في التكرار المتجمع الصاعد بين ٤٠ ، ٧٦ .

٤ ـ تقع رتبة الربيع الأعلى في التكرار المتجمع الصاعد بين ١١٦ ، ١٤٨ .

٥ ـ قيمة الربيع الأدنى = ٢٠ + (١٠ × $\frac{٤٤ - ٤٠}{٣٦}$) = ٢١,١١

٦ ـ قيمة الربيع الأعلى :

= ٤٠ + ١٠ × $\frac{١٣٢ - ١١٦}{٣٢}$ = ٤٥

٧ـ قيمة نصف المدى الربيعي = $\frac{٤٥ - ٢١,١١}{٢}$

= $\frac{١٣,٨٩}{٢}$ = ١١,٩٥

ويرمز للربيع الثالث بالرمز ر٣

وللربيع الأول بالرمز ر١

(٣) الانحراف عن المتوسط

وجدنا في نصف المدى الربيعي أنه يقتصر على القيم التي في وسط التوزيع مهملاً القيم التي في طرفي التوزيع . وهذا عيب لا يمكن إغفاله ولذلك فلا بد من مقياس للتشتت يضع في اعتباره القيم جميعاً . ويعتبر كل من الانحراف عن المتوسط والانحراف المعياري من مقاييس التشتت التي تضع في حسابها كل القيم ولذلك يشيع استخدامهما.

وهناك طريقتان لحساب الانحراف عن المتوسط الاولى من القيم الخام والثانية من الجدول التكراري .

أ ـ حساب الانحراف عن المتوسط من القيم الخام :

. ويعتمد ذلك على حساب المتوسط الحسابي للقيم ثم حساب انحراف هذه القيم عن المتوسط. ثم جمع مجموع الانحرافات بصرف النظر عن الإشارات وقسمة الناتج على عدد القيم فيساوي خارج القسمة الانحراف عن المتوسط.

مثال :

الأشخاص	القيم	انحـراف القيم عن المتوسط
١	٤٥	١ +
٢	٥٢	٨ +
٣	٦٣	١٩ +
٤	٣١	١٣ −
٥	٥٠	٦ +
٦	٤٢	٢ −
٧	٢٥	١٩ −

مجـ القيم = ٣٠٨ ‏ ‏ ‏ ‏ ٣٤ +

متوسط القيم = ٣٠٨ ÷ ٧ = ٤٤ ‏ ‏ ‏ ‏ ٣٤ −

صفر

مجموع الانحرافات بصرف النظر عن الإشارات = ٣٤ + ٣٤ = ٦٨

الانحراف عن المتوسط = ٦٨ ÷ ٧ = ٩,٧١

والخطوات التي تم اتباعها هي :

١ ـ جمع القيم للأشخاص السبعة .

٢ ـ قسمة مجموع القيم على عدد الأشخاص لنحصل على المتوسط.

٣ ـ حساب انحراف كل قيمة عن المتوسط بطرح المتوسط من القيمة .

٤ ـ جمع الانحراف الموجب الإشارة والسالب الإشارة كل على حدة ، ويجب أن يكون كلا الانحرافين متساوياً . فيكون الناتج صفراً .

٥ ـ جمع الانحرافات الموجبة والانحرافات السالبة بصرف النظر عن إشاراتها، على بعضهما البعض.

٦ ـ قسمة مجموع الانحرافات على عدد الأشخاص لنحصل على الانحراف عن المتوسط.

ب ـ حساب الانحراف عن المتوسط من الجدول التكراري:

يعتمد حساب الانحراف عن المتوسط من الجدول التكراري على حساب الفرق بين المتوسط الحسابي ومركز الفئة وضرب هذا الفرق في تكرار الفئات... يتضح هذا الكلام في المثال الآتي:

مثال:

ف	ك	حَ	ك حَ	س	س ـ م	س ـ م × ك
٨ـ	٥	٤ـ	٢٠ـ	٩	٩	٤٥
١٠ـ	١٢	٣ـ	٣٦ـ	١١	٧	٨٤
١٢ـ	١٥	٢ـ	٣٠ـ	١٣	٥	٧٥
١٤ـ	١٨	١ـ	١٨ـ	١٥	٣	٥٤
١٦ـ	١٥	صفر	ـ	١٧	١	١٥
١٨ـ	١٧	١+	١٧+	١٩	١	١٧
٢٠ـ	١٩	٢+	٣٨+	٢١	٣	٥٧
٢٢ـ	١١	٣+	٣٣+	٢٣	٥	٥٥
٢٤ـ	٩	٤+	٣٦+	٢٥	٧	٦٣
٢٢	٩	٥+	٤٥+	٢٧	٩	٨١
	١٣٠		١٦٩+ ١٠٤ـ ٦٥+			٥٤٦

وخطوات حساب الانحراف عن المتوسط من الجدول التكراري هي:

١ ـ حساب المتوسط الحسابي.

٢ ـ حساب مراكز الفئات .

٣ ـ حساب الفرق بين مراكز الفئات والمتوسط.

٤ ـ ضرب الناتج من الخطوة السابقة في التكرارات .

٥ ـ نقوم بجمع العمود س ⁻ م × ك .

٦ ـ نقوم بقسمة الناتج في الخطوة السابقة على مجموع التكرارات .

لنحصل على الانحراف عن المتوسط. $\frac{\text{مجـ س ـ م × ك}}{\text{مجـ ك}}$

ويتضح الكلام السابق بالتعويض عن القانون كما يلي:

المتوسط الحسابي = ١٧ + $\frac{١٦٥}{١٣٠}$ × ٢ = ١٨

الانحراف عن المتوسط = $\frac{٥٤٦}{١٣٠}$ = ٤,٢

(٤) الانحراف المعياري

يتشابه الانحراف المعياري مع الانحراف المتوسط في طريقة حسابه والاختلاف الوحيد يتركز في أن الانحراف المعياري يتخلص من الإشارات بتربيع القيم . وللحصول على الانحراف المعياري توجد طريقتان :

الأولى : من القيم الخام.

والثانية : من الجدول التكراري .

أ ـ حساب الانحراف المعياري من القيم الخام:

وتتلخص هذه الطريقة بعد حساب الانحراف عن المتوسط تربيع هذا الانحراف (للتخلص من الإشارات) ثم إيجاد الجذر التربيعي لمجموع هذه الانحرافات مقسومة على عدد الأشخاص . والانحراف المعياري بهذه الصورة عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط.

مثال :

الأفراد	القيم	الانحراف عن المتوسط	مربع الانحراف عن المتوسط
١	٣٥	١	١
٢	٣٧	٣-	٩
٣	٢٠	١٢-	١٤٤
٤	٤٤	١٠	١٠٠
٥	٣٠	٤-	١٦
٦	٣٩	٥	٢٥
٧	٣١	٣	٩
	٢٣٨		٣٠٤

المتوسط = ٢٣٨ ÷ ٧ = ٣٤

الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{٣٠٤}{٧}} = \sqrt{٤٣,٤٣} = ٦,٥٩$

ب ـ حساب الانحراف المعياري من الجدول التكراري:

وتتبع في ذلك نفس خطوات حساب المتوسط ثم تضرب ك حَ في حَ لنحصل على ك حَ٢ ، وبعد ذلك يتم تطبيق القانون الآتي:

$$\text{ع} = \text{ف}\sqrt{\frac{\text{مجـ ك حَ}^2}{\text{مجـ ك}} - \left[\frac{\text{مجـ ك حَ}}{\text{مجـ ك}}\right]^2}$$

حيث أن:

ع = الانحراف المعياري.

ف = مدى الفئة.

مجـ ك حَ٢ = مجموع ضرب الانحراف ك حَ في حَ.

مجـ ك = مجموع التكرارات.

مجـ ك حَ = مجموع ضرب الانحراف حَ في التكرار.

مثال:

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ²
٥ـ	٣	١ـ	٣ـ	٣
١٠ـ	٤	صفر	-	-
١٥ـ	٨	١ +	٨ +	٨
٢٠ـ	٥	٢ +	١٠ +	٢٠
	٢٠		٣ـ ١٨ +	٣١
			١٥ +	

وبالتعويض عن القانون السابق تكون قيمة ع هي:

$$ع = ٥\sqrt{\frac{٣٠}{٢٠} - \left(\frac{١٥}{٢٠}\right)^{٢}} = ٥\sqrt{١,٥٥ - ٠,٥٦}$$

$$= ٥\sqrt{٠,٩٤} = ٥ \times ٠,٩٧ = ٤,٨٥$$

$$= ٥\sqrt{٠,٩٩} = ٥ \times ,٩٤ = ٤,٧٠.$$

تمارين على مقاييس التشتت

١ ـ يوضح الجدول التكراري الآتي توزيع درجات مجموعة من الطلبة في أحد مقاييس الاتجاهات.

ف	ك
١٠ـ	٣
٢٠ـ	٤
٣٠ـ	١٣
٤٠ـ	١١
٥٠ـ	١٠
٦٠ـ	١٠

والمطلوب حساب :
١ ـ المدى المطلق .
٢ ـ نصف المدى الربيعي .
٣ ـ الانحراف عن المتوسط.
٤ ـ الانحراف المعياري .

٢ ـ فيما يلي قيم ٤٠ أربعين عاملاً على اختبار للمعلومات الميكانيكية :

١٥ - ٢٥ - ١٧ - ٢٣ - ١٢ - ١٤ - ١٦ - ١٣ - ١١ - ٨
١٧ - ٢٢ - ١٥ - ١٠ - ٨ - ١٩ - ٢٣ - ٢٤ - ٣٠ - ٧
٢٣ - ١٣ - ١٢ - ١٥ - ٩ - ٨ - ٨ - ١١ - ١٣ - ٣٠
٢٢ - ٢٤ - ٣٠ - ٣١ - ١٥ - ١٧ - ١٠ - ١٢ - ٨ - ١٤

والمطلوب :
١ ـ حساب المدى المطلق .
٢ ـ توزيع القيم في جدول تكراري .
٣ ـ حساب التشتت عن طريق : نصف المدى الربيعي والانحراف المعياري .

تحليل التباين البسيط

يكشف تحليل التباين البسيط عن مدى الفروق بين أكثر من مجموعتين ، حيث يصلح اختبار «ت» في حالة حساب الفروق بين مجموعتين فقط. ففي أحيان كثيرة يحتاج الباحث لإجراء بحثه على أكثر من مجموعتين : كأن تتضمن عينة هذا البحث طلبة كليات مختلفة كطلبة الحقوق والطب والهندسة ، وكأن تتضمن عينة بحثه في حالة أخرى مستويات اجتماعية اقتصادية مختلفة كمستوى مرتفع ومستوى متوسط ومستوى منخفض . . . إلخ .

والباحث في هذه الحالة يحتاج لأسلوب واحد يصلح لاختبار الفرق بين المجموعات التي تتضمنها عينة بحثه ليحصل على معامل عددي واحد

يكشف عما إذا كان هناك فرقاً جوهرياً بين تلك المجموعات المختلفة ، ويقع على عاتق تحليل التباين الكشف عن هذا الفرق بالحصول على «نسبة ف» أو F. Ratio وذلك نسبة إلى فيشر Fisher الذي توصل إلى هذه الطريقة . وفيما يلي مثالاً نوضح من خلاله خطوات حساب «نسبة ف» .

مثال : طبق اختباراً على عينة مكونة من ثلاث مجموعات من الأطفال يمثلون مستويات اقتصادية اجتماعية مختلفة وكانت درجات كل مجموعة كما يلي :

	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
	٦	٤	٦
	٨	٥	٨
	٧	٧	٥
	٧	٤	٥
	٢٨	٢٠	٢٤
م =	٧	٥	٦

م عام = $\frac{٧ + ٥ + ٦}{٣}$ = $\frac{١٨}{٣}$ = ٦

وخطوات حساب «نسبة ف» تتلخص فيما يلي :

١ ـ حساب المتوسط الحسابي لدرجات كل مجموعة وهو هنا يساوي ٧ للمجموعة الأولى ، ٥ للمجموعة الثانية ، ٦ للمجموعة الثالثة .

٢ ـ حساب المتوسط الحسابي العام للمجموعات الثلاث وهو هنا يساوي ٧ + ٥ + ٦ = ١٨ ÷ ٣ = ٦.

٣ ـ نقوم بحساب مربعات انحراف القيم في كل مجموعة عن المتوسط العام أي التباين العام وهو هنا يساوي :

= (٦ - ٦)^{٢} + (٨ - ٦)^{٢} + (٧ - ٦)^{٢} + (٧ - ٦)^{٢} +

(٤ - ٦)^{٢} + (٥ - ٦)^{٢} + (٧ - ٦)^{٢} + (٤ - ٦)^{٢} +

(٦ - ٦)^{٢} + (٨ - ٦)^{٢} + (٥ - ٦ -)^{٢} + (٥ - ٦)^{٢} = [صفر^{٢} + (٢)^{٢}

+ (١)^{٢} + (١)^{٢}] + [- ٢))^{٢} + (- ١)^{٢} + (+ ١)^{٢} +

(- ٢)^{٢}] + [(صفر)^{٢} + (+ ٢)^{٢} + (- ١)^{٢} + (- ١)^{٢}] =

[صفر + ٤ + ١ + ١] + [٤ + ١ + ١ + ٤] + [صفر + ٤

+ ١ + ١] = ٢٢.

٤ ـ يتم حساب مربعات انحراف المتوسطات الفرعية عن المتوسط العام. وهو يمثل هنا حساب التباين الكبير بين المجموعات وهو يساوي = مجـ مربعات الفروق × ن. ويتم حسابه في مثالنا السابق كما يلي:

= ٤ (٧ - ٦)^{٢} + ٤ (٥ - ٦)^{٢} + ٤ (٦ - ٦)^{٢} =

= ٤ (١)^{٢} + ٤ (١)^{٢} + ٤ (صفر) =

= ٤ + ٤ + صفر = ٨

٥ ـ يحسب مربع انحراف القيم داخل المجموعة عن متوسطها الحسابي. وهو هنا يمثل أيضاً حساب التباين الصغير بين المجموعات وهو يساوي = مجـ مربعات الفروق بين قيم المجموعة ومتوسطها الحسابي.

= [(- ١)^{٢} + (+ ١)^{٢} + (صفر)^{٢} (صفر)^{٢}]

+ [(- ١)^{٢} + (صفر)^{٢} + (+ ٢)^{٢} + (- ١)^{٢}]

+ [(صفر)^{٢} + (- ٢)^{٢} + (- ١)^{٢} + (- ١)^{٢}]

= [(١) + (١) + (صفر) + (صفر)]

+ [(١) + (صفر) + (٤) + (١)]

+ [صفر + (٤) + (١) + (١)] = ١٤

٦ ـ يتم استخراج درجات الحرية تمهيداً لمعرفة هل الفروق بين المجموعات دالة إحصائياً أم لا وذلك على النحو الآتي:

١ ـ درجة الحرية بين المجموعات (التباين الكبير) = عدد المجموعات ـ ١ = ٣ - ١ = ٢

ب ـ درجة الحرية داخل المجموعات (التباين الصغير) = ن ١ − ١ + ن ٢ − ١ + ن ٣ − ١ =

= ٤ − ١ + ٤ − ١ + ٤ − ١ =

= ٣ + ٣ + ٣ = ٩.

جـ ـ درجات الحرية الكلية = عدد القيم − ١ = ١٢ − ١ = ١١

٧ ـ يتم بعد ذلك حساب «نسبة ف» كما يلي:

أ ـ التباين بين المجموعات (التباين الكبير)

$= \frac{\text{مجموع مربعات الفروق} \times \text{ن}}{\text{درجة الحرية بين المجموعات}}$ وهو في هذا المثال $= \frac{٨}{٢} = ٤$

ب ـ التباين داخل المجموعات (التباين الصغير)

$= \frac{\text{مجموع مربع انحراف قيم المجموعة عن متوسطها}}{\text{درجة الحرية داخل المجموعات}}$

وهو في هذا المثال $= \frac{١٤}{٩} = ١,٥٦$

جـ ـ «نسبة ت» $= \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

وهي في هذا المثال $= \frac{٤}{١,٥٦} = ٢,٥٦$

د ـ يتم الكشف عن دلالة «نسبة ف» أو «النسبة الفائية» من الجداول الخاصة بذلك عند مستوى ٠,٠٥ ومستوى ٠,٠١ وقيمة «ف» الموجودة بالجدول عند ٠,٠٥ تساوي ٤,٢٦، وعند ٠,٠١ تساوي ٨,٠٢. وعلى هذا الأساس فإن «نسبة ف» المستخرجة من هذا المثال لا دلالة لها من الناحية الإحصائية لأنها أقل من القيمتين الموجودتين بالجدول: